

Біртекті дифференциалдық теңдеулер. Сызықты дифференциалдық теңдеулер. Бернуллі теңдеуі және толық дифференциалды теңдеулер. Тапсырмалар.

Дайындаған жоғары математика кафедрасының аға оқытушысы Жаксыгунова Ж.Т 9 - тақырып. Біртекті дифференциалдық теңдеулер. Сызықты дифференциалдық теңдеулер. Бернуллі теңдеуі және толық дифференциалды теңдеулер. Тапсырмалар.

1. Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін табыңыз:

$$\text{а) } y' + \frac{y}{x} = 1 + 2 \ln x; \quad \text{б) } y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}.$$

(Жауабы: а) $y = x \ln x + C/x$; б) $y = \pm e^{-x^2} (C + x^2/2)$.)

2. Коши есебін шешіңіз:

$$\text{а) } 2xydx + (y - x^2)dy = 0, \quad y(-2) = 4;$$

$$\text{б) } y' = 2y - x + e^x, \quad y(0) = 1.$$

(Жауабы: а) $x^2 - y \ln(4e/y)$; б) $\frac{1}{2}x - e^x + \frac{1}{4}(1 - e^{2x})$

3. Коши есебін шешіңіз:

$$xy' = x \sin \frac{y}{x} + x, \quad y(2) = \pi.$$

(Жауабы: $y = 2x \arctg\left(\frac{x}{2}\right)$.)

4. Коши есебін шешіңіз:

$$ydx + (\sqrt{xy} - x)dy = 0, \quad y(1) = 1.$$

(Жауабы: $2 - \ln|y| = 2\sqrt{\frac{y}{x}}$.)

5. Коши есебін шешіңіз:

$$\text{а) } xy' = y(1 + \ln y - \ln x), \quad y(1) = e^2.$$

(Жауабы: $y = xe^{2x}$.)

$$\text{б) } y' + y \operatorname{tg} x = 1/\cos x, \quad y(\pi) = 5.$$

(Жауабы: $y = -5\cos x + \sin x$)

$$\text{а) } y^2 dx = \left(x + ye^{-1/y}\right) dy, \quad y(0) = 3;$$

(Жауабы: а) $x = e^{-1/y}(3 + y)$.)

Коши есебін шығарыңыз:

$$6. \text{ а) } y' + 3y = e^{2x} y^2, \quad y(0) = 1;$$

(Жауабы : а) $y = e^{-2x}$)

$$7. \text{ а) } y^2 dx = \left(x + ye^{-1/y}\right) dy, \quad y(0) = 3;$$

$$\text{б) } y' - 7y = e^{3x} y^2, \quad y(0) = 2.$$

(Жауабы : а) $x = e^{-1/y}(3 + y)$; б) $y = 10e^{7x} / (e^{10x} - 6)$.)

$$8. \text{ а) } xdy = (e^{-x} - y)dx, \quad y(1) = 1;$$

$$\text{б) } y' - \frac{y}{x-1} = \frac{y^2}{x-3}, \quad y(1) = -2.$$

(Жауабы : а) $y = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{e} - \frac{1}{e^x}\right)$; б) $y = \frac{x-3}{2-x}$.)

Коши есебін шығарыңыз

Біртекті дифференциалдық теңдеулер. Сызықты дифференциалдық теңдеулер. Бернулли теңдеуі және толық дифференциалды теңдеулер. Тапсырмалар.

Дайындаған жоғары математика кафедрасының аға оқытушысы Жаксыгунова Ж.Т

9. $(2x + y + 3x^2 \sin y)dx + (x + x^3 \cos y + 2y)dy = 0; \quad y(0) = 2.$

(Жауабы : $x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 + x^3 \sin y = 2.$)

10. Дифференциал теңдеудің жалпы интегралын табыңыз:

$$(3x^2 y + \sin x)dx + (x^3 - \cos y)dy = 0.$$

(Жауабы : $x^3 y - \cos x - \sin y = C.$)

11. Дифференциал теңдеудің дербес шешімін табыңыз:

$$\left(2x \ln y + \frac{y^2}{\cos^2 x} \right) dx + \left(\frac{x^2}{y} + \operatorname{tg} x + e^y \right) dy = 0, \quad y(0) = 1.$$

(Жауабы : $x^2 \ln y + y \operatorname{tg} x + e^y = e.$)